



TITLE:

磁気流体乱流中の大規模渦の生成 ・崩壊(流れの不安定性と乱流の構造)

AUTHOR(S):

柳瀬, 眞一郎; 水島, 二郎; 木田, 重雄

CITATION:

柳瀬, 眞一郎 ...[et al]. 磁気流体乱流中の大規模渦の生成・崩壊(流れの不安定性と乱流の構造). 数理解析研究所講究録 1990, 719: 133-153

ISSUE DATE:

1990-05

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/101802>

RIGHT:

磁気流体乱流中の大規模渦の生成・崩壊

岡山大 工 柳瀬真一郎 (Shinichiro Yanase)
相模工大情報 水島 二郎 (Jiro Mizushima)
京大 数理研 本田 重雄 (Shigeo Kida)

§1. まえがき

宇宙空間、恒星、または惑星内部に存在する大規模磁場がどのようにして生成・維持されるかは今日も物理学、宇宙・地球物理学において非常に興味を集めている問題の一つである。自然界における巨大なエネルギーはしばしば核エネルギー、輻射熱等の熱エネルギーとして最初に与えられ、それが次に流体運動を伴って力学的エネルギーとなる。最後にこれが磁気エネルギーに変換されて磁場が生み出される。この機構がダイナモと呼ばれ多くの研究努力が注がれている(たとえば Moffatt 1978)。ダイナモは層流ダイナモと乱流ダイナモに区別される。層流ダイナモのモデルは簡単なものから非常に複雑なものまで数多く提出されているが、共通した特徴は系全体に反転対称性が欠けている点である。これは数学的

には η リンティーが有限値を取ると表現される。一方、乱流ダイナモは Steenbeck と Krause (1966) によって始められ、Moffatt らによって発展させられた。彼らが乱流ダイナモを組み立てるのに用いた基本的な手法は 2-スケールの考え方で、大規模な磁場とそれよりはるかに小さな規模の乱流速度場、磁場とから成る系を考える。乱流磁場は大規模磁場の存在の下で乱流速度場によって励起される。この過程は速度場がアルファ波を励起する機構になっている。そしてこれらの乱流速度場、磁場が大規模磁場を維持する。この効果はしばしば α -効果と呼ばれるが、これが実現されるためには層流ダイナモの場合と同様に、乱流速度場の η リンティーが有限値を取らなければいけない。

自然界の巨大なスケールの現象では流れは通常乱流であり、乱流ダイナモ機構が現実に働いていると思われる。この研究は非常に重要である。2-スケールの理論はいくつかの興味深い結論を生み出したが、2つの点で理論的限界を持っている。一つはスケールを完全に分離してしまっている点で、流体運動、特に乱流は運動が連続スペクトルから成っていることが本質的な特徴であるから、そのスペクトルを分離することは理論上の単純化という以上の危険を含んでいる。もう一つは乱流速度場の取り扱いについてである。乱流磁場が生成され

れば当然その影響を逆に受けるはずであり、この点も考慮に入れた解析を行う必要がある。

近年急速に進歩した数値計算技術を利用して乱流ダイナモを研究することによって、2-スケール理論等の解析的な手法を越えた新しい結果が期待されている。Meneguzziら(1981)は3次元ナビエ・ストークス方程式と磁場を支配する方程式の連立系(MHD方程式)を直接数値計算することによって、乱流速度場に注入された微小な磁場が乱流ダイナモ効果によって発達して行く様子を調べた。彼らの結果によれば、ダイナモ効果は全1リシティーが有限値を取ってもゼロであっても存在することがわかったが、全1リシティーが有限値を取る時は非常に大きな磁場が生まれ出され、ダイナモが効率的であることを示している。さらに彼らの計算には大規模磁場が仮定されていないことから大規模磁場の存在が必ずしもダイナモにとって必要ではないことがわかる。この場合磁気エネルギーの変換がアルゲン波の形を取るのかどうかは興味深い点である。

Meneguzziらの計算は乱流ダイナモ効果を数値実験で示した点で注目すべきものであるが、ダイナモ効果の臨界状態については調べられていない。またエネルギースペクトルなどの乱流速度場、磁場の性質は十分には研究されていない。こ

これらの点についてはフロージャータではよく研究されている。
 EDQNM を使った Pouquet ら (1976)、修正 α -4 次を用いた Saito ら (1985) の計算があり、特にダイナモの臨界状態については Léorat ら (1981) が研究している。われわれが特に興味を抱いている点は、どの様にして大規模磁場ができて行くのかという過程である。これはミースケール理論では α -効果、フロージャータによる計算では磁気エネルギー（または磁気イリシティー）の低波数方向への逆カースケードと考えられている。しかし、数値実験で大規模磁場の生成を示した研究はまだ成功してはいないと思われる。

今回は、立方体中の高度対称性を持ち外力によって維持される 3 次元 MHD 乱流をスペクトル法で直接に解き、乱流ダイナモ機構を調べさらに乱流速度場、磁場の構造を 3 次元グラフィックスを利用して詳細に研究した。本計算は高度対称性を仮定しているため、系の全イリシティーは強くゼロに押えられていて乱流ダイナモにとっては非常に不利な環境であるが、このため逆にダイナモの実現性をぎりぎりの状況で調べる事ができる。

§ 2. 基礎方程式

磁気流体が一辺 2π の立方体中
にあると仮定し、境界条件は周期
的とする。乱流は速度場も磁場も
図1に示す高度対称性を持つと仮
定する (Kida 1985)。さらに通
常の粘性、磁場拡散係数の代わり

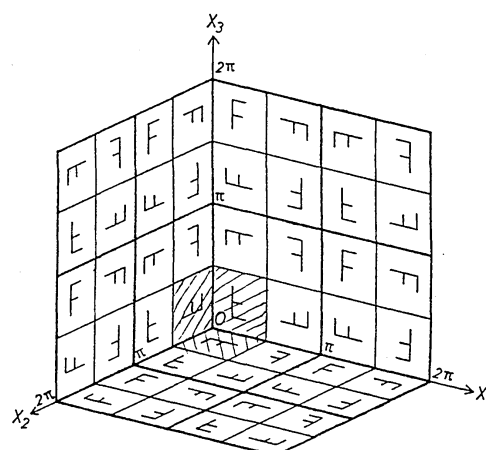


図1, 高度対称性

に超粘性、超磁場拡散係数を導入する (Passot & Pouquet
1988, Farge 1988)。磁場を速度場と同じ次元に変換する
と基礎方程式は次の様になる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \nabla) u = -\nabla p + \nu \Delta^2 u + (b \cdot \nabla) b + f, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial b}{\partial t} + (u \cdot \nabla) b = (b \cdot \nabla) u + \lambda \Delta^2 b, \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot u = 0, \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot b = 0. \quad (2.4)$$

ここで u , b は速度、磁場やフトル, p は圧力、 f は外力で
ある。また ν は超粘性、 λ は超磁場拡散係数である。

高度対称性、超粘性の仮定は計算機の容量の制限の下で広
範囲のスケールの乱流構造、特に慣性領域の性質を効率的に
調べるために導入した。これらの仮定は重大であるが、われ

われは乱流の本質的な性質はこれでも十分に保たれていると
考えている。

外力は、次式で表わされるフーリエ成分が常に一定に保た
れる様になるように加えられているとする。

$$\begin{aligned}
 u_x &= \frac{1}{2} \sin x (\cos 3y \cos z - \cos y \cos 3z) \\
 &\quad + \frac{\sqrt{0.1}}{2} \{ \sin 4x (\cos 2y + \cos 2z) - 2 \sin 2x (\cos 4y + \cos 4z) \}, \\
 u_y &= \frac{1}{2} \sin y (\cos 3z \cos x - \cos z \cos 3x) \\
 &\quad + \frac{\sqrt{0.1}}{2} \{ \sin 4y (\cos 2z + \cos 2x) - 2 \sin 2y (\cos 4z + \cos 4x) \}, \\
 u_z &= \frac{1}{2} \sin z (\cos 3x \cos y - \cos x \cos 3y) \\
 &\quad + \frac{\sqrt{0.1}}{2} \{ \sin 4z (\cos 2x + \cos 2y) - 2 \sin 2z (\cos 4x + \cos 4y) \}.
 \end{aligned}$$

(2.5)

速度場 (2.5) は当然高度対称性を持
っている。係数は局所的なトリシ
ティーが最大となる様に決定され
ている。速度場 (2.5) から渦度場 ω
を計算し、 ω^2 が一定値を取る曲
面を表示すると図2の様になる。
表示は高度対称性を持つ領域の最
小単位 (全体の 1/64) のみを示

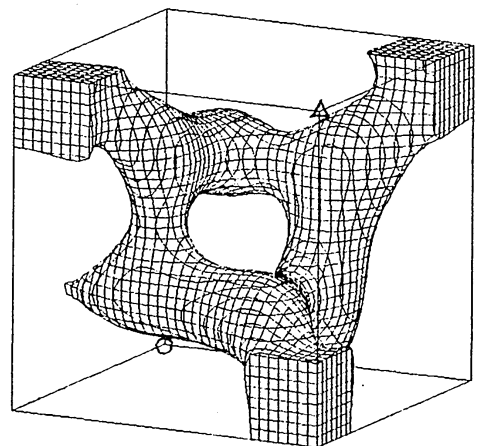


図2, 維持される渦度場

として一辺が $\pi/2$ の立方体である。○印のある点を原点 $(0, 0, 0)$ 、△印の点を $(\pi/2, \pi/2, \pi/2)$ とする。

§3. 数値計算

数値計算は方程式系 (2.1) ~ (2.4) をアライアス誤差を除いたスペクトル法によって数値的に解いた。計算は $2^7 \times 2^7 \times 2^7$ のフーリエ成分を含み、時間発展にはルンゲ・クッタ・ジル法を用いた。初期には磁場を入れず、乱流場が十分に発達するまで計算をして (8~9 単位時間。この間に 4 回程度の渦の turn over が起きている)、その後非常にわずかな磁場を注入した。この時刻を $t=0$ とする。 $t=0$ における運動エネルギー ε_k と磁気エネルギー ε_M の比は $\varepsilon_M/\varepsilon_k \approx 1.5 \times 10^{-4}$ で、磁場のエネルギー・スペクトルは図 3 に示す様に $E_M(k) \propto k^{10}$ で、擬似乱数で与えた。 ε_k , ε_M は以下の様に単位質量当りの積分で定義される。

$$\varepsilon_k \equiv \frac{1}{2} \sum_{k_x} \sum_{k_y} \sum_{k_z} |\hat{u}(k)|^2, \quad (3.1)$$

$$\varepsilon_M \equiv \frac{1}{2} \sum_{k_x} \sum_{k_y} \sum_{k_z} |\hat{b}(k)|^2, \quad (3.2)$$

ここで $\hat{u}(k)$, $\hat{b}(k)$ はそれぞれ $u(x)$, $b(x)$ のフーリエ変換で k は波数、 $k = |k|$ である。また運動エネルギー・スペクト

ル $E_K(k)$, 磁気エネルギー ス
 クトル $E_M(k)$ はそれぞれ k , k
 のフーリエ成分を球面 $|k|=k$
 を含むバンド内で和を取ったも
 のである。時間きざみは $\Delta t =$
 2×10^{-2} であるが、必要に応じ
 てさらに細かく取った。

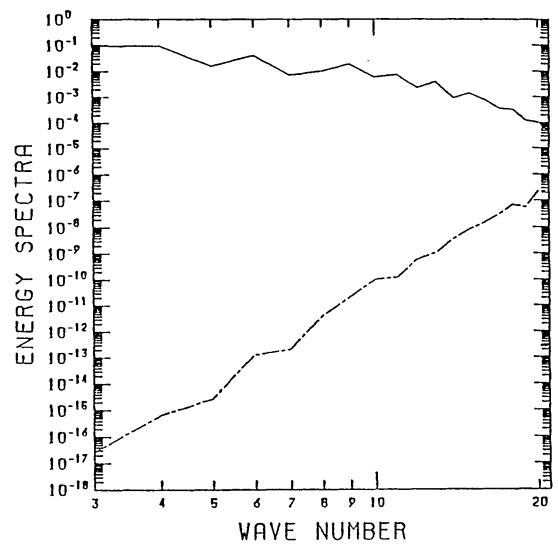


図3, $t=0$ におけるスペクトル
 — ; $E_K(k)$, --- ; $E_M(k)$

§4. ダイナモの臨界状態

ダイナモの臨界状態を調べるため、 λ か ν の値を表1に示す様に5つの場合に変化させて、磁気エネルギー ε_M の様子を見た。図4には Case III と Case V に対する ε_K , ε_M の時間変化を重ねて示した。これからわかる様に磁気エネルギーの変化は λ の値にはあまり影響を受けず ν によって大きく変わる。定常状態に達するまでに磁気エネルギーは初期に急激に減少した後、ほぼ

$$\varepsilon_M \propto e^{-\beta t}$$

で指数的に増大する。Case I, II, III の3つの場合に対する β の3つの値を数値

$\lambda \backslash \nu$	1×10^{-5}	5×10^{-6}	2×10^{-6}
1×10^{-5}	I		IV
5×10^{-6}		II	
2×10^{-6}	V		III

表1

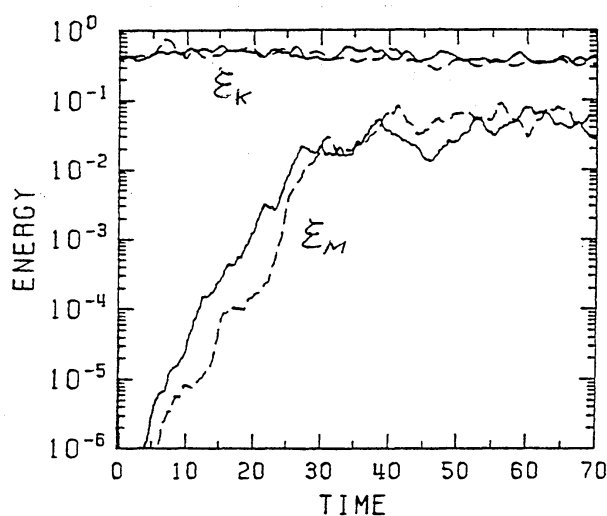


図4, ξ_k と ξ_M
 — Case III
 ---- Case V

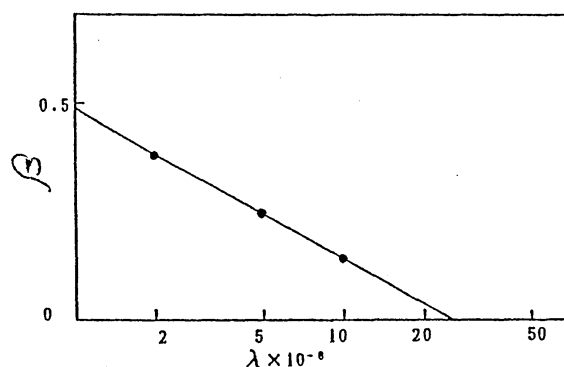


図5, 磁気エネルギーの増加率

計算の結果から求めてグラフに描くと図5のようになる。この3点に最小自乗法を適用すると

$$\beta = A \log \lambda + B, \quad (4.1)$$

$$A \cong -0.342, \quad B \cong -1.56$$

となり $\beta = 0$ を与える λ の値は $\lambda \cong 2.66 \times 10^{-5}$ となる。しかし Léorat の結果 (1981) で示されている様に臨界状態の近傍では β の値が急激に変化すると考えられるので、臨界超磁場拡散係数 λ_c はこれより小さい値 $\lambda_c < 2.66 \times 10^{-5}$ となると思われる。

なお $\lambda = 2.66 \times 10^{-5}$ より大きな粘性、拡散係数に対する計算も行、た。 $\lambda = \nu = 5 \times 10^{-5}$, $\lambda = \nu = 10^{-4}$ での結果は予想通り磁場は増幅されることなく減衰し、ゼロに近づいた。

5つの場合に対する定常状態に達した後の ξ_k , ξ_M の時間

	$\bar{\varepsilon}_k$	$\bar{\varepsilon}_M$	\bar{D}_k	\bar{D}_M
I	4.71e-01	7.84e-03	1.68e-01	1.76e-02
II	4.82e-01	9.09e-03	1.68e-01	2.62e-02
III	4.24e-01	3.28e-02	1.10e-01	7.15e-02
IV	4.88e-01	2.39e-03	1.78e-01	8.01e-03
V	4.15e-01	2.90e-02	1.29e-01	4.63e-02

表 2

平均 $\bar{\varepsilon}_k$, $\bar{\varepsilon}_M$ を表 2 に示す。これからも磁気エネルギーの大きさが主として λ によって決定されていることがわかる。ただし Case IV は多少計算時間が短いため十分な定常状態に届いていないので $\bar{\varepsilon}_M$ が過少評価されている。またこの範囲の λ の値では運動エネルギー $\bar{\varepsilon}_k$ はほとんど変化しないことも示されている。さらに、臨界状態に近づくにつれて $\bar{\varepsilon}_M/\bar{\varepsilon}_k$ が小さくなることを注意しておく。

§ 5. 磁気流体乱流の性質

5-1. エネルギーと散逸率

われわれは表 1 に示された 5 つの場合の内、最小の λ , λ を持つ Case III について長時間計算を行い乱流の性質を詳しく調べた。

まず運動、磁気エネルギーの時間変化を見てみよう(図6)。

$t \cong 30$ で ε_M の増大は止まりそれ以降は振動をくり返す。

$\varepsilon_M / \varepsilon_K \cong 0.08$ であるが $t > 150$ では多少 ε_M が小さくなる、という。実はこのあたりで乱流の性質が少し変化することがわかった。

次に運動、磁気エ

ネルギー散逸率 D_K, D_M を示す。 D_K, D_M は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} D_K &= 2\nu \sum_k k^4 E_K(k), \\ D_M &= 2\lambda \sum_k k^4 E_M(k). \end{aligned} \right\} (5.1)$$

普通の定義と異、ていうのは超粘性、超磁場拡散係数を用いたからである。図7に D_K, D_M の時間変化を示すが、興味深

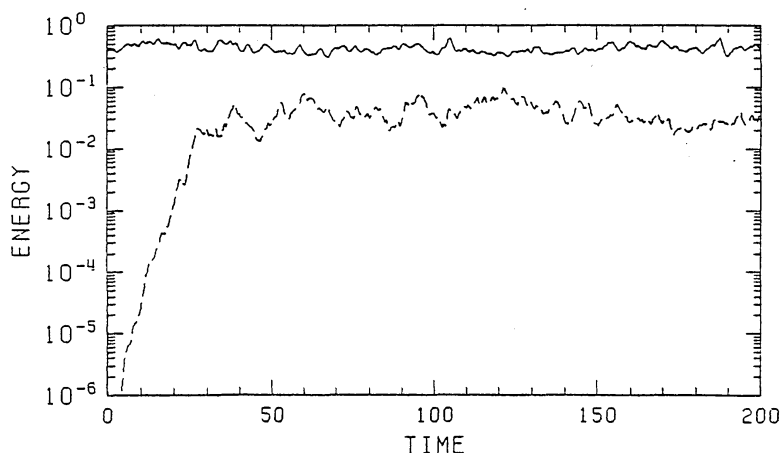


図6, エネルギー

——; E_K ----; E_M

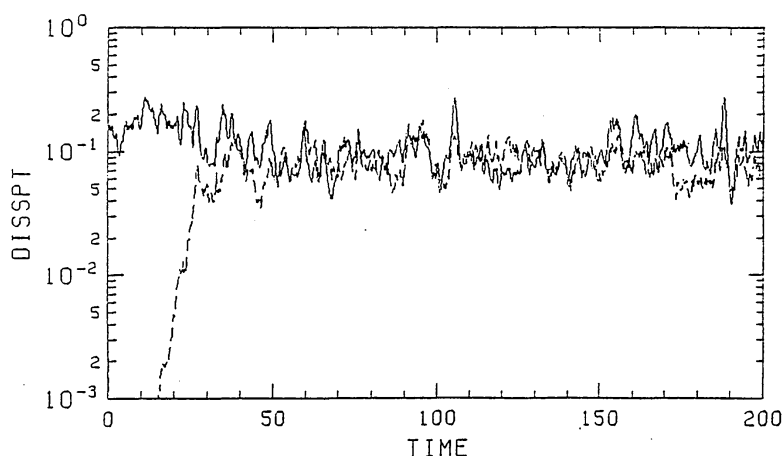


図7, 散逸率

——; D_K ----; D_M

いのは $D_K \cong D_M$ となる、ところここである。 \bar{D}_K, \bar{D}_M をそれぞれ時間平均とすると $\bar{D}_M / \bar{D}_K \cong 0.7$ である。これから、一つは高波数領域において速度場と磁場が同程度の大きさになる、ということ、さらに速度場のエネルギーの多くの部分が磁気エネルギーへ変換された後に散逸されていることがわかる。なお表2に他の4つの場合も含めて \bar{D}_K, \bar{D}_M を載せてある。

5-2. 1リシティー

まえがきで述べた様に、ダイナモの問題では1リシティーが非常に重要な役割を占めている。ここでは運動1リシティー（通常1リシティーと呼ばれる） $H_K(t)$ と、磁気1リシティー $H_M(t)$ の時間変化を調べる。 $H_K(t)$ と $H_M(t)$ は次の様に定義される。

$$\left. \begin{aligned} H_K(t) &\equiv \frac{1}{2} \langle u \cdot \omega \rangle, \\ H_M(t) &\equiv \frac{1}{2} \langle a \cdot b \rangle. \end{aligned} \right\} (5.2)$$

$\omega = \nabla \times u$, $b = \nabla \times a$ で、 a は磁場の1/2トルポテンシャルで、 $\langle \rangle$ は単位質量当りの和を意味する。しかし高度対称性を持つ場では H_K, H_M は恒等的にゼロとなる。しかし乱流場では局所的な値も全体的な値に劣らず重要であると考え、対称性を持たない最小領域についての和を取り、局所運動1リシティー、磁気1リシティーを計算した。図8に $H_K(t)$

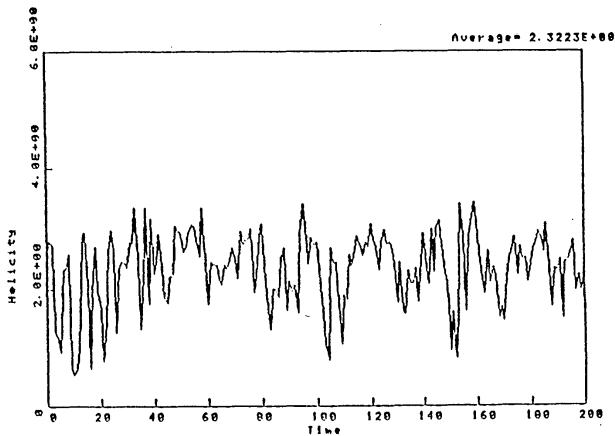


図8, 運動ヘリシティ

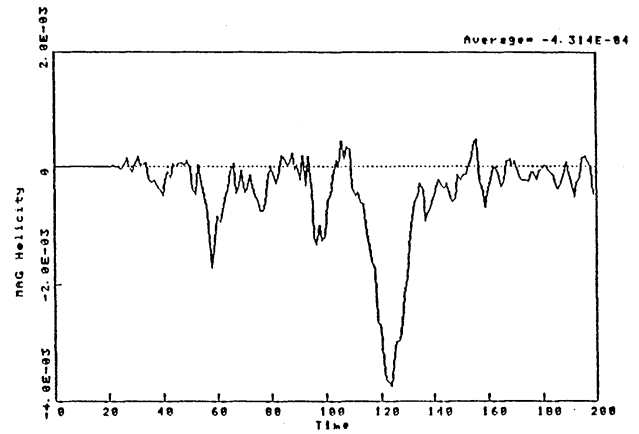


図9, 磁気ヘリシティ

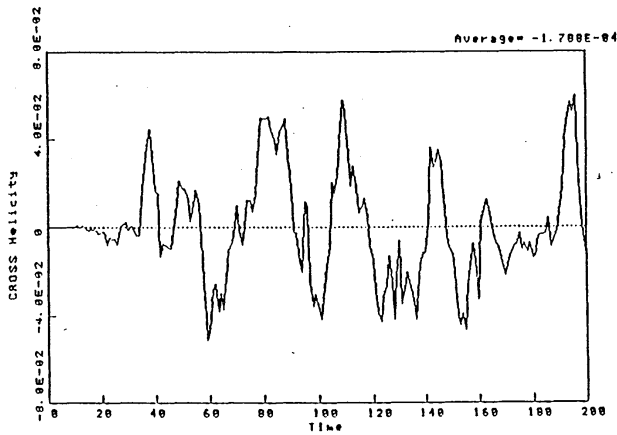
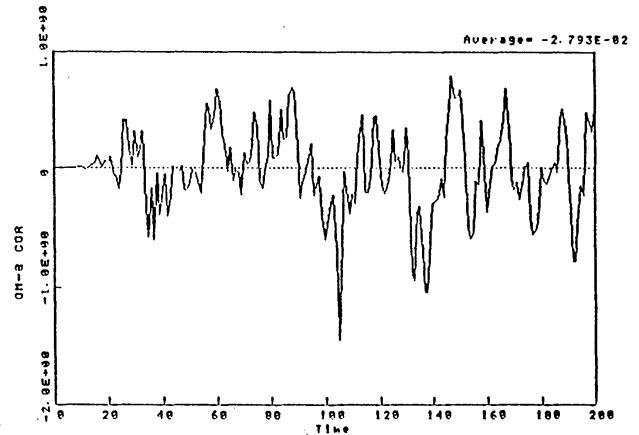


図10, クロスヘリシティ

図11, ω - b 相関

の時間変化を示す。平均値は約2.3で常に一定符号を保っていることは興味深い。このことは速度場が(2.5)で維持されていることから理解できる。次に図13に $H_M(t)$ の時間変化を示す。この図はさらにもっと詳しい結果を与える。 $t \leq 22$ では値がほとんどゼロであるが $t \geq 30$ で急に変化を始めそれ以後は主に負値で変化する。平均値は約 -4.3×10^{-4} である。しかし $H_M(t)$ はちがって正值を取ることもある。注目すべきは $t = 120$ を中心にして値が大きく負になりそのあとは

非常に変化が小さくなることである。 $t > 150$ での乱流の性質の変化を最もよく特徴づけるのが $H_M(t)$ の変化であるがこの理由はまだそれほど明らかでない。

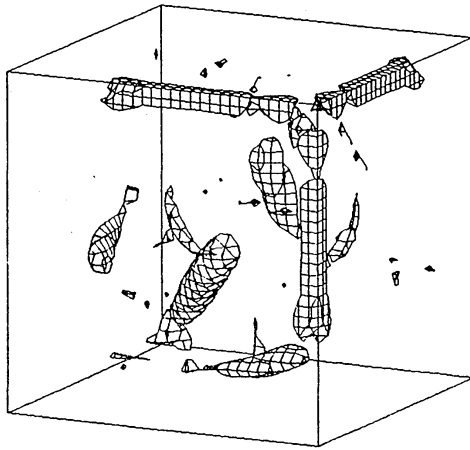
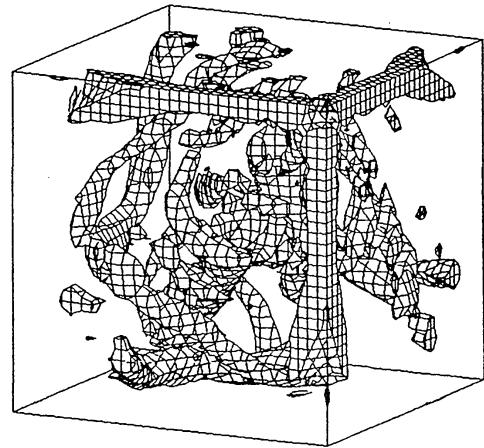
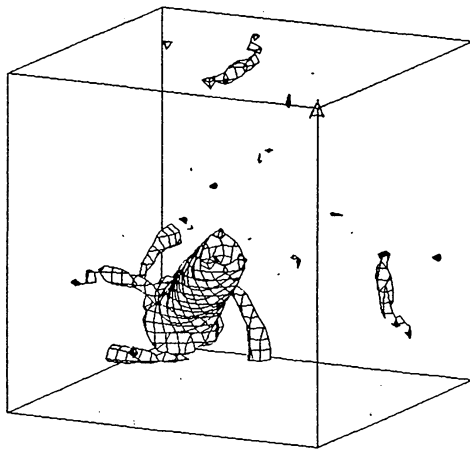
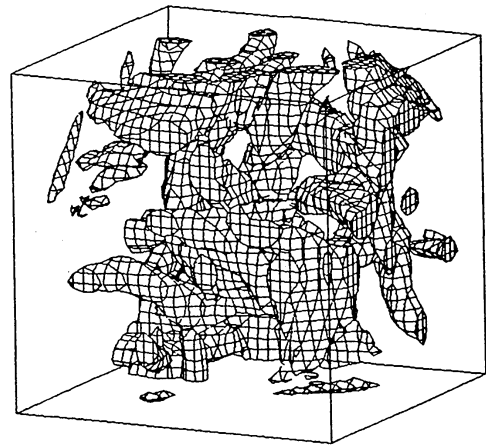
図 10, 11 にはそれぞれ次式で定義されるクロストリシティ $H_{KM}(t)$, 渦度-磁場相関 $C(t)$ を示す。

$$\left. \begin{aligned} H_{KM}(t) &\equiv \frac{1}{2} \langle \mathbf{u} \cdot \mathbf{b} \rangle, \\ C(t) &\equiv \frac{1}{2} \langle \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{b} \rangle. \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

両方ともゼロを中心に振動していて、一見速度場と磁場の間には相関がない様に見える。しかし乱流の空間構造をグラフィックスで見るとある種の相関が浮かび上がる。

§6. 乱流の空間的構造

前章では乱流の種々の平均量を取り扱ったが、平均量だけでは表わせない乱流の性質も多い。たとえば間欠性や秩序構造などはその代表的なものである。これらの現象が最初流れの可視化などで実験的に得られたことを考えれば、数値計算の結果から定量的な流れの場の表示を行うことが非常によい方法と思われる。そこでまず簡単な方法として図 2 で示した様な等ポテンシャル面表示を用いて渦度場、磁場を描き、次に COMTEC DS371 を利用した 3 次元カラー表示を使って乱流場を図示した。

図 12(a) $\omega^2 = 400$ (b) $\omega^2 = 200$ 図 13(a) $b^2 = 0.6$ (b) $b^2 = 0.2$

$t = 52$ における ω^2, b^2 一定の曲面をそれぞれ図 12, 13 に示す。△印の点は図 2 の △印の点と同じであり、原点を通る対角線方向は外力で維持される渦度場をあらわすトラスを貫く方向（今後 $(1, 1, 1)$ 方向と呼ぶ）である。図 12(a), 13(a) からわかる様に、渦度、磁場ともに $(1, 1, 1)$ 方向に葉巻形の構造が存在する。一方、もっと低いレベルの等 ω^2, b^2 面を描くと（図 12(b), 13(b)）通常の乱流でよく見られる

ウナギ状の構造が渦度、磁場ともに現われる。

3 次元カラーグラフィックス表示は、乱流速度場、磁場の空間的構造を非常に明瞭に浮かび上がらせることができる。しかし本報告ではカラー写真を載せることができなりのディスプレイを示し、それに従って得られた結果を述べることにする。空間構造の変化の指標として ω^2 , b^2 の領域内の最大値の時間変化を図14にプロットした。これらの量の値が大きい時は空間内で場の集中が生じ、小さくなれば場がちらばっていると考えられる。積分量である ω_y , ω_x 等よりも激しく変化することがわかる。

初期の $0 \leq t \leq 30$ においては磁場は初期条件から存在する $(\pi/2, \pi/2, \pi/2)$ 付近で集中拡散をくり返しながら比較的小規模な構造を作っている(図15参照)。なお初期条件は乱教で与えているのでこの付近に集まっているのは偶然である。

この間磁場は増減をくり返しながらか平均的に指教図

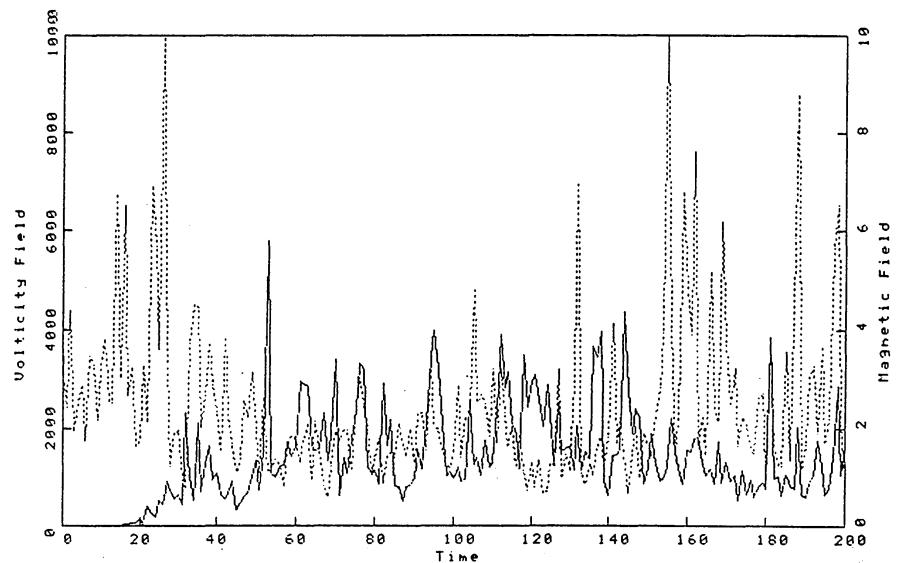


図14, ω^2 , b^2 の最大値
---- ; ω^2 , ——— ; b^2

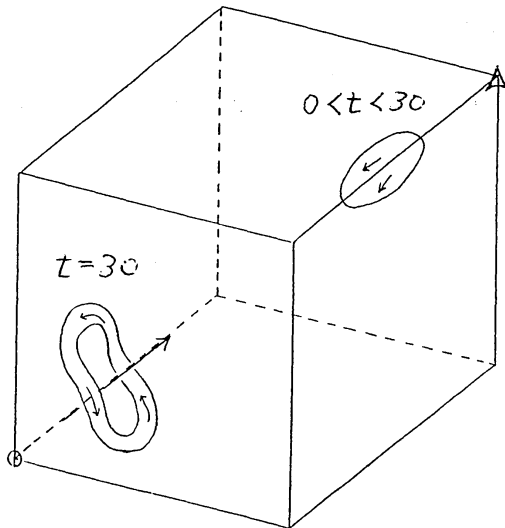
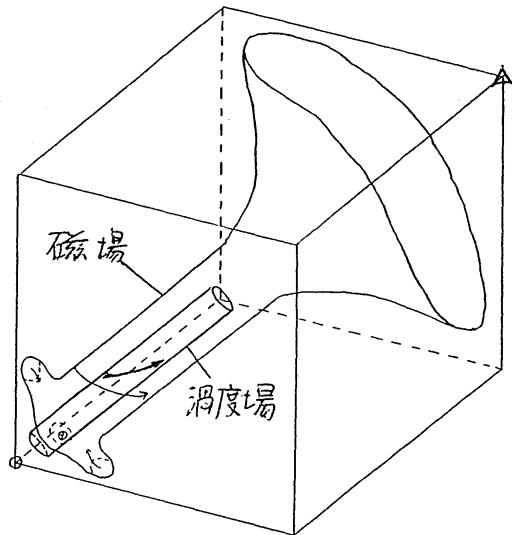
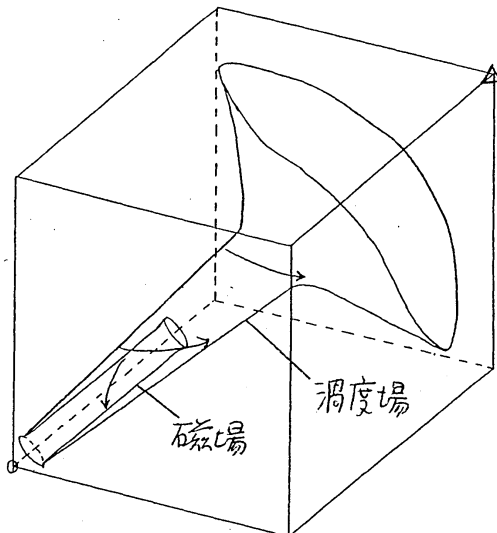
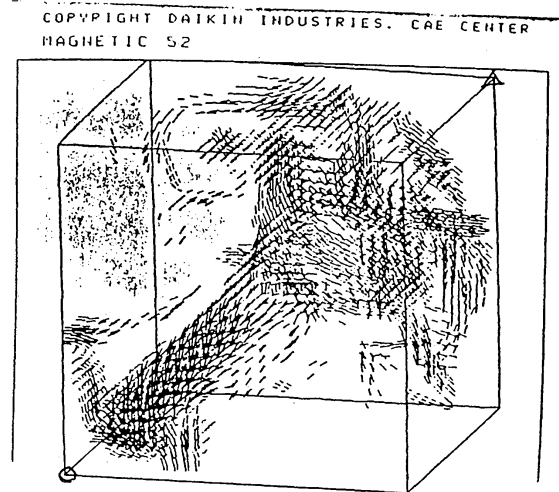


図15, 磁気リング 磁場)

図16, $t = 52$ 図17, $t = 70$ 図18, $t = 52$, COMTEC

数的に増加している。それに対して渦度は $(0,0,0)$ 付近に集まっていて、時々 $(1,1,1)$ 方向に大規模な構造を作っている。磁場については初期条件、渦度については外力の影響が顕著に現れている構造である。

$t = 30$ において、磁場は $(0,0,0)$ 付近に $(1,1,1)$ 方向と垂直な平面上で磁気リングを形成する(図15参照)。17, 18

ん磁気リングができると、磁場の強い領域は渦度場と同様に $(0, 0, 0)$ 付近へ移る。この時向が磁気エネルギーの増大が止まる時期と一致している点は非常におもしろく、磁気リングは磁場がいくおうの平衡に達したことを示す象徴的な構造と考えられる。一方、これまで激しく増減をくり返していた ω^2 の最大値はその後、それまでの半分程度に減り達しなくなる。運動エネルギー Σ_k がそれほど変化しないのと比較すれば非常に激しい変化で、明らかに速度場が増大した磁場の影響を受け始めたと考えられる。

$30 < t < 50$ では、渦度場は時々大規模な構造を作り、磁場もそれに追従して大規模な構造を作ろうとするが、完全に発達しきれないまま拡散してしまう。

$t = 50$ 付近で、磁場は始めて渦度場とともに大規模な構造を作る。図16に示す様に、渦曲面が磁場曲面を包む様な形となる。図中の矢印は場のベクトルの方角を示し、曲面は場のベクトルの近似的な包絡面である。図16はカラーグラフィックスの図を基に作成したもので、図18に磁場ベクトルのグラフィックス表示を示した^{*}。元図はカラーである。 $t = 50$ 前後で ω^2 の最大値はこれまでになく大きな値を取る。この後の時向において磁場の大型構造が時々現われる。

$50 < t < 100$ では、渦度場、磁場が互いに引き合うかの様
^{*}(注) 図16, 18は、図12, 13と同じ時刻である。

にして、最大値が大きくなる時には場の局所的な集中が発生し、その前後で大規模な構造が現われる。図 171 に $t=70$ の場の様子を図式図で示す。 $t=52$ とは逆に磁場曲面が渦曲面を包んでいることがわかる。

最後に、大規模な構造の形成過程を $64 \leq t \leq 67$ で詳細に調べた。その結果、磁場と渦度場の大規模な構造の形成過程に違いが存在することがわかった。磁場は最初リング状に集まって、次にそのリングの半径が小さくなるにつれて局所的な集中が生じる。それに対して、渦度場は教本の系をより合わせる様にして局所的に集まり大規模な構造へと発達する。ここにも磁気リングが現われるのは非常に興味深い。

本研究で見い出された大規模な構造は、シアー流中で実験的に観測される秩序構造と基本的には同じ性質を持つ構造であると思われる。しかし、この大規模な構造がそのままダイナモの大規模磁場の形成へ直接につながるかどうかという点については、残念ながら必ずしもそうであるとは言えないように思われる。なぜならば、磁場のエネルギースペクトルはほとんど定常的であり、低波数領域がどんどん励起されることはないからである。この点に関して今後研究を続けるつもりである。

§6. 結論

乱流ダイナモの実現する条件と、MHD乱流の構造を数値実験によつて調べた。磁場が励起されるかどうかは、超粘性には依存せず主として超磁場拡散係数によつて決定されることが示された。また磁気エネルギーの成長、時間発展には磁気リシティ $H_m(t)$ の変化が密接に関係していることがわかった。

最後に、乱流の空間的構造を3次元グラフィックスを利用して調べた。まず、磁気エネルギーが定常状態に達する $t=30$ で特徴的な磁気リングが発生することがわかった。また $50 < t < 150$ では磁場と渦度場両方に大規模な構造が現われ、それらが互いに強い関連を持つことが明らかになった。

本研究は、2つの大きな仮定、高度粘性性と超粘性、超磁気拡散係数を含んでいる。これらの仮定が乱流の性質にかなりの影響を及ぼしている可能性は否定できない。従つて今後は、これらの仮定の正当性と限界を調べることも重要な研究目標である。

感謝

COMTEC を用いた3次元グラフィックスの作業は全て、東達也君の手によつて行われた。本研究の成果の多くの部

分は東君の不断の努力と優れた分析に負っている。またCOMTECの使い方を教えていただいた山本恭二教授にも感謝いたします。

参考文献

- M. Farge (1988) Vortex motion in a rotating barotropic fluid layer, *Fluid Dyn. Res.* **3**, pp.282-288.
- S. Kida (1985) Three-Dimensional Periodic Flows with High-Symmetry, *J. Phys. Soc. Jpn.* **54**, pp.2132-2136.
- J. Léorat, A. Pouquet and U. Frisch (1981) Fully developed MHD turbulence near critical magnetic Reynolds number, *J. Fluid Mech.* **104**, pp.419-443.
- M. Meneguzzi, U. Frisch and A. Pouquet (1981) Helical and Non-helical Turbulent Dynamos, *Phys. Rev. Lett.* **47**, pp.1060-1064.
- H. K. Moffatt (1978) *Magnetic Field Generation in Electrically Conducting Fluids*, Cambridge Univ. Press, Cambridge.
- T. Passot and A. Pouquet (1988) Hyperviscosity for Compressible Flows Using Spectral Methods, *J. Compt. Phys.* **75**, pp.300-313.
- A. Pouquet, U. Frisch and J. Léorat (1976) Strong MHD helical turbulence and the nonlinear dynamo effect, *J. Fluid Mech.* **77**, pp.321-354.
- Y. Saito, J. Mizushima and N. Futami (1985) Statistical Properties of Strong MHD Turbulence without Helicity, *J. Phys. Soc. Jpn.* **54**, pp.134-145.
- M. Steenbeck and F. Krause (1966) The generation of stellar and planetary magnetic fields by turbulent dynamo action, *Z. Naturforsch.* **A21**, pp.1285-1296.